



KEMENTERIAN PENDIDIKAN
Jabatan Pendidikan Negeri Terengganu

**MODUL
PERKEMBANGAN PEMBELAJARAN
SPM 2024**

MPP 3

**MATEMATIK TAMBAHAN
KERTAS 2**

Nama :

Kelas :

DISEDIAKAN OLEH PANEL AKRAM NEGERI TERENGGANU



Tidak dibenarkan menyunting atau mencetak mana-mana bahagian dalam modul ini
tanpa kebenaran Pengarah Pendidikan Negeri Terengganu

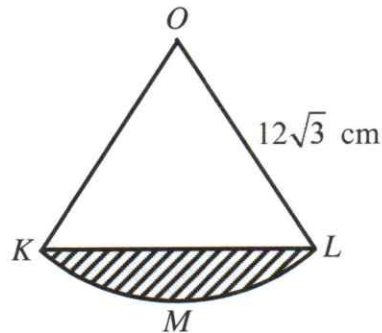


Bahagian A

[50 markah]

Jawab **semua** soalan

- 1 Rajah 1 menunjukkan sektor OKL berpusat O , dengan keadaan $OK = KL = OL$.
 Diagram 1 shows the sector of OKL with centre O , where $OK = KL = OL$.



Rajah 1
 Diagram 1

- (a) Cari, dalam radian, $\angle KOL$ dalam sebutan π .
 Find, in radians, of $\angle KOL$ in terms of π .
- (b) Seterusnya, hitung, dalam cm^2 , luas rantau berlorek.
 Hence, calculate, in cm^2 , area of shaded region.

[2 markah]

[2 marks]

[4 markah]

[4 marks]

Jawapan / Answer:

- 2 (a) $0.123123123\dots$ boleh ditulis dalam bentuk $\frac{h}{333}$. Dengan menggunakan hasil tambah ketakterhinggaan. Hitung nilai h .

$0.123123123\dots$ can be written in the form $\frac{h}{333}$. Using the sum to infinity.

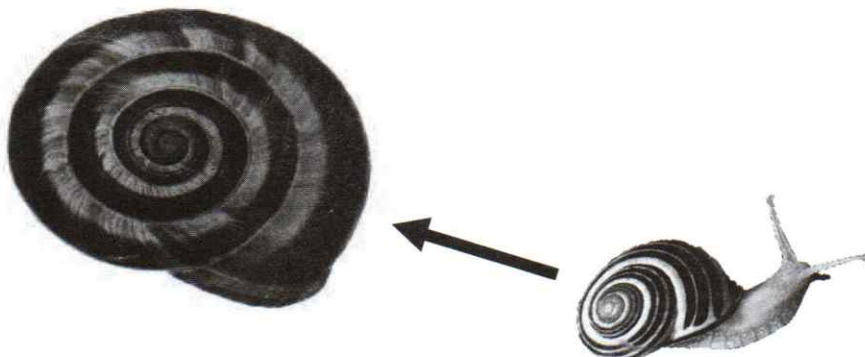
Calculate the value of h .

[3 markah]

[3 marks]

- (b) Rajah 2 menunjukkan corak lingkaran bagi cengkerang seekor siput. Lilitan bagi setiap lingkaran itu adalah membentuk jajang geometri dengan diameter lingkaran terkecil ialah 6 mm dan setiap diameter berikutnya bertambah sebanyak 50%.

Diagram 2 shows a pattern of circles on a snail shell. The circumference of each circle follows a geometric progression with the diameter of the smallest circle being 6 mm and each subsequent diameter increasing by 50%.



Rajah 2
Diagram 2

- (i) Bentukkan tiga sebutan pertama bagi lilitan lingkaran itu dalam sebutan π .
Form the first three terms of the circle's circumference in terms of π .
- (ii) Hitung diameter bagi lingkaran yang ke-5.
Calculate the diameter of the 5th circle.
- (iii) Diberi jumlah panjang lilitan bagi lingkaran ke- n ialah 124.6875π mm. Hitung nilai n .
Given that the sum of the circumference for the n^{th} circle is 124.6875π mm.
Find the value of n .

[5 markah / 5 marks]

- 3 Diberi fungsi kuadratik $f(x) = -3x^2 + 8x + 3$.
Given that the quadratic function $f(x) = -3x^2 + 8x + 3$.

(a) Menggunakan kaedah penyempurnaan kuasa dua, cari nilai minimum atau maksimum bagi fungsi kuadratik $f(x)$. [3 markah]

By using completing the square method, find the minimum or maximum value of the quadratic function $f(x)$. [3 marks]

(b) Lakarkan graf $f(x) = -3x^2 + 8x + 3$ untuk $-1 \leq x \leq 4$.

Seterusnya, nyatakan julat $f(x)$ apabila graf tersebut dipantulkan pada paksi- x .

[3 markah]

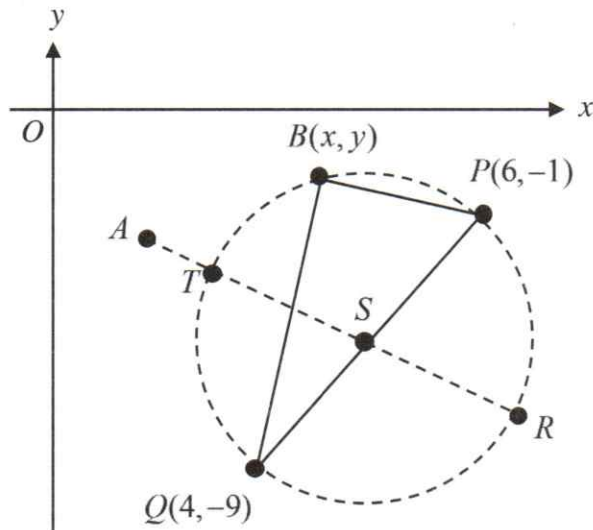
Sketch the graph of $f(x) = -3x^2 + 8x + 3$ for $-1 \leq x \leq 4$.

Hence, state the range of value of $f(x)$ when the graph is reflected about the x -axis.

[3 marks]

Jawapan / Answer:

- 4 Rajah 4 menunjukkan lokus bagi dua titik bergerak A dan $B(x, y)$. PQ ialah diameter bagi bulatan yang berpusat S .
 Diagram 4 shows the locus for two moving points $A(x, y)$ and $B(x, y)$. PQ is diameter of circle centered at S .



Rajah 4
 Diagram 4

Titik A bergerak dengan keadaan sentiasa sama jarak dari titik $P(6, -1)$ dan $Q(4, -9)$.
 Titik $B(x, y)$ bergerak dengan keadaan segi tiga PBQ sentiasa bersudut tegak di B .
 The point A moves such that it is always equidistant from the point $P(6, -1)$ and $Q(4, -9)$. The point $B(x, y)$ moves such that the triangle PBQ is always having a right angle at B .

- (a) Cari persamaan lokus bagi B , jika garis PB berserenjang dengan garis BQ .
 Find the equation of the locus of point B , if the line of PB is perpendicular to line of BQ .

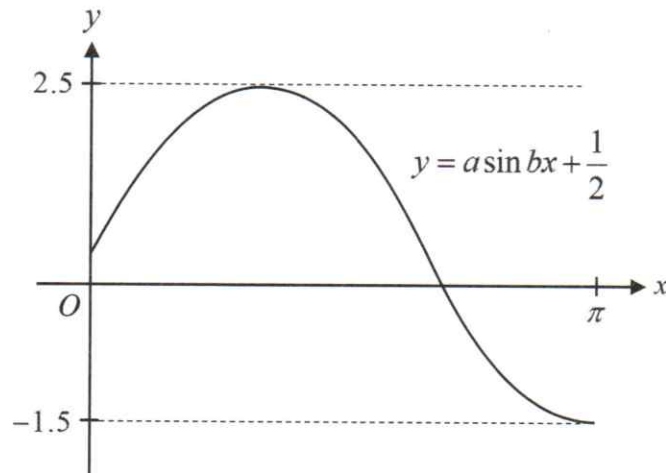
[2 markah]
 [2 marks]

- (b) Diberi lokus bagi titik A ialah $x + 4y + 15 = 0$. Cari koordinat titik R dan titik T iaitu titik-titik persilangan bagi kedua-dua lokus itu.
 Given the locus of point A is $x + 4y + 15 = 0$. Find the coordinates of point R and point T which is the intersection points of both loci.

[4 markah]
 [4 marks]

- 5 (a) Rajah 5 menunjukkan graf $y = a \sin bx + \frac{1}{2}$ untuk $0 \leq x \leq \pi$.

Diagram 5 shows graph $y = a \sin bx + \frac{1}{2}$ for $0 \leq x \leq \pi$.



Rajah 5
Diagram 5

Nyatakan

State

- (i) nilai a dan b ,
the value of a and b ,
- (ii) bilangan penyelesaian bagi $a \sin bx = \frac{3}{2}$.

number of solutions for $a \sin bx = \frac{3}{2}$.

[3 markah]

[3 marks]

- (b) (i) Buktikan $\tan x(1 + \cos 2x) = \sin 2x$.

Prove $\tan x(1 + \cos 2x) = \sin 2x$.

- (ii) Seterusnya, selesaikan persamaan $\tan x(1 + \cos 2x) + \cos x = 0$ bagi

$0 \leq x \leq 360$.

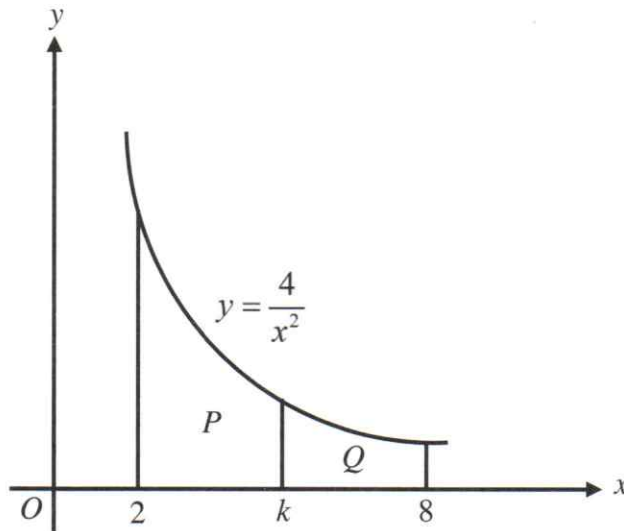
Hence, solve the equation $\tan x(1 + \cos 2x) + \cos x = 0$ for $0 \leq x \leq 360$.

[5 markah]

[5 marks]

- 6 Rajah 6 menunjukkan sebahagian daripada lengkung $y = \frac{4}{x^2}$

Diagram 6 shows part of the curve $y = \frac{4}{x^2}$



Rajah 6
Diagram 6

- (a) Jika luas rantau P ialah empat kali luas rantau Q , cari
If the area of region P is four times the area of region Q , find
- nilai k ,
the value of k ,
 - luas rantau Q .
the area of region Q .

[5 markah]
[5 marks]

- (b) Jumlah luas rantau P dan rantau Q dikisarkan melalui 360° pada paksi- x .
Cari isipadu kisaran, dalam sebutan π .
The total area of the region P and Q are revolved through 360° about the x -axis.
Find the volume generated, in terms of π .

[3 markah]
[3 marks]

- 7 (a) Selesaikan persamaan serentak berikut:

Solve the following simultaneous equations:

$$x - 2y - 1 = 0$$

$$2x^2 + y^2 - 2x - 3y = 17$$

Berikan jawapan anda betul kepada tiga tempat perpuluhan.

Give your answers correct to three decimal places.

[5 markah]

[5 marks]

- (b) Apakah nilai a yang menjadikan sistem berikut mempunyai penyelesaian tidak terhingga.

What makes the value of a that makes the following system have an infinite solution.

$$2x - \frac{3}{2}y + \frac{5}{2}z = \frac{1}{2}$$

$$-4x + 3y + (a^2 - 14)z = a - 4$$

[3 markah].

[3 marks]

Jawapan / Answer:

Bahagian B
[30 markah]

Bahagian ini mengandungi **empat** soalan. Jawab **tiga** soalan

- 8 Gunakan kertas graf untuk menjawab soalan ini.

Use the graph paper to answer this question.

Jadual 1 menunjukkan nilai-nilai dua pembolehubah, x dan y , yang diperoleh daripada satu eksperimen. Pembolehubah x dan y dihubungkan oleh persamaan $y = kp^x$ di mana k dan p adalah pemalar. Satu garis lurus akan diperoleh apabila graf $\log_{10} y$ melawan x diplotkan.

Table 1 shows the values of two variables, x and y , obtained from an experiment.

The variables x and y are related by equation $y = kp^x$, where k and p are constants.

A straight line will be obtained when a graph of $\log_{10} y$ against x is plotted.

x	1	2	3	5	6	7
y	58	201	3170	7940	30 900	100 500

Table 1
Jadual 1

- (a) Plot $\log_{10} y$ melawan x , menggunakan skala 2 cm kepada 1 unit pada paksi- x dan 2 cm kepada 0.5 unit pada paksi- $\log_{10} y$.

Seterusnya, lukis garis lurus penyuaian terbaik.

Plot $\log_{10} y$ against x , using a scale of 2 cm to 1 unit on the x -axis and 2 cm to 0.5 unit on the $\log_{10} y$ -axis.

Hence, draw the line of best fit.

[4 markah]

[4 marks]

(b) Menggunakan graf di 9(a), cari

Using the graph in 9(a), find

(i) nilai y yang betul jika satu daripada nilai-nilai y telah tersalah catat semasa eksperimen.

the correct value of y if one of the values of y has been wrongly recorded during the experiment,

(ii) nilai k ,
value of,

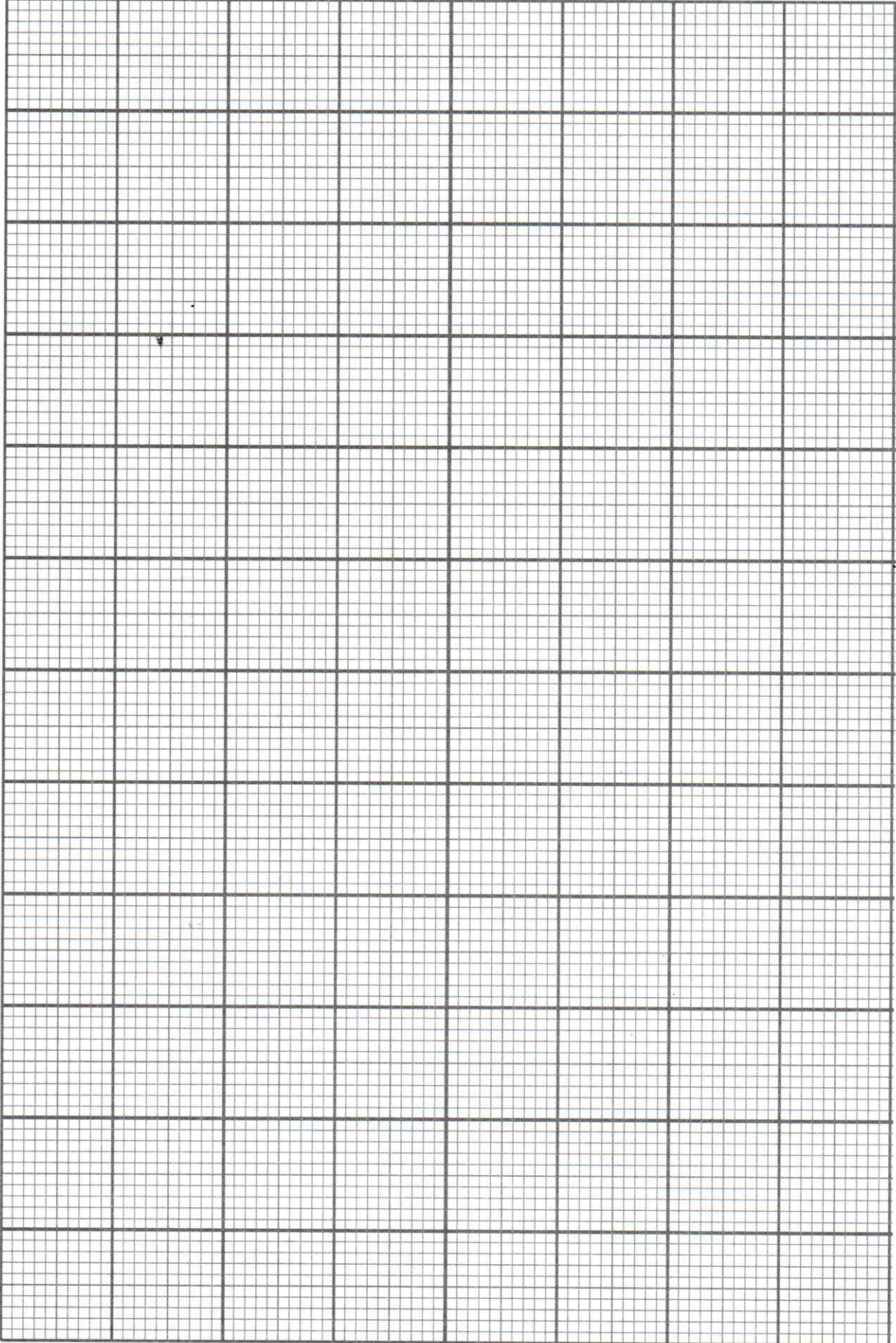
(iii) nilai p .
value of p .

[6 marks]

[6 markah]

Jawapan / Answer:

Kertas graf untuk soalan 8



- 9 Dalam satu ujian kecergasan, Indeks Jisim Tubuh (BMI) bagi peserta adalah mengikut taburan normal dengan min 22.5 dan sisihan piawai 3.2. Peserta akan dikategorikan adalah berdasarkan Indeks Jisim Tubuh (BMI) yang diperolehi seperti ditunjukkan dalam jadual 9, dengan m ialah pemalar.

In a fitness test, Body Mass Index (BMI) for participants follows a normal distribution with a mean of 22.5 and a standard deviation of 3.2. Participants will be categorized based on the Body Mass Index (BMI) obtained as shown in table 9, where m is a constant.

Indeks Jisim Tubuh <i>Body Mass Index (BMI)</i>	$x < 18.5$	$18.5 \leq x < m$	$x \geq m$
Kategori <i>Category</i>	Kurang Berat <i>Underweight</i>	Normal <i>Normal</i>	Lebih Berat <i>Overweight</i>

Jadual 9

Table 9

Diberi bahawa kebarangkalian seorang peserta yang dipilih secara rawak daripada ujian itu mempunyai Indeks Jisim Tubuh (BMI) kurang daripada 24 ialah 0.85.

It is given that the probability of a participant chosen at random has Body Mass Index (BMI) less than 24 is 0.85.

- (a) Jika 10 orang peserta dari ujian itu dipilih secara rawak, cari kebarangkalian bahawa tidak kurang 8 orang peserta mempunyai Indeks Jisim Tubuh (BMI) kurang dari 24.

If 10 students from the class are selected at random, find the probability not less than 8 participants obtained Body Mass Index (BMI) less than 24.

[3 markah]

[3 marks]

Jawapan / Answer:

(b) (i) Seorang peserta dipilih secara rawak dari kumpulan itu, cari kebarangkalian bahawa peserta itu berada dalam kategori kurang berat badan.
A participant is chosen at random from the group, find the probability that the participant is in the underweight category.

(ii) Diberi bahawa 67.7% daripada peserta-peserta itu berada dalam kategori normal.

Wakilkan situasi itu dengan melakar graf taburan normal piawai dan ungkapkan rantau berlorek dalam tatatanda kebarangkalian.

Seterusnya, cari nilai m .

It is given that 67.7% of the participants are in the normal category.

Represent the situation by sketching the standard normal distribution graph and express the shaded region in probability notation.

Hence, find the value of m .

[7 markah]

[7 marks]

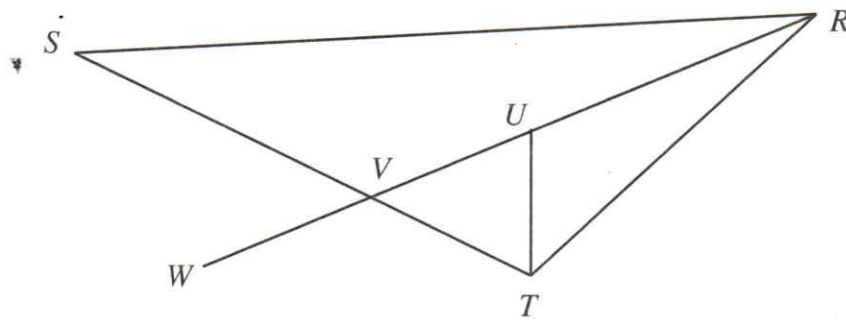
Jawapan / Answer:

- 10 Rajah 10 menunjukkan objek R, S, T, U, V dan W diletakkan mengikut susunan yang tertentu. Jarak di antara R, S dan T membentuk sebuah segi tiga.

Diberi bahawa $SV = \frac{3}{4}ST$, $RS = 6m$ dan $RT = 18n$.

Diagram 10 shows the position of object R, S, T, U, V and W were placed following a certain arrangement. Distance between R, S and T will form a triangle.

It is given that $SV = \frac{3}{4}ST$, $RS = 6m$ and $RT = 18n$.



Rajah 10
Diagram 10

- (a) Ungkapkan dalam sebutan m dan / atau n

Express in terms of m and / or n

- (i) ST
(ii) RV

[3 markah]

[3 marks]

- (b) Diberi $RU = dRV$ dan $TU = e(2m - 7n)$, dengan keadaan d dan e ialah pemalar. Cari nilai d dan nilai e .

Given $RU = dRV$ and $TU = e(2m - 7n)$, where d and e are constant. Find the values of d and e .

[4 markah]

[4 marks]

- (c) Diberi $RW = gm + 2n$ dengan keadaan g ialah pemalar. Cari nilai g .

Given $RW = gm + 2n$ such that g is a constant. Find the value of g .

[3 markah]

[3 marks]

- 11 Diberi bahawa suatu lengkung $y = -x^2 + kx + 12$ melalui titik $S(5, 7)$ dan mempunyai titik pusingan pada L . Cari

It is given that the curve $y = -x^2 + kx + 12$ passes through the point $S(5, 7)$ and has turning point at L . Find

- (a) nilai k , [1 markah]
value of k , [1 mark]
- (b) kecerunan tangen kepada lengkung pada titik S , [2 markah]
the gradient of the tangent to the curve at point S , [2 marks]
- (c) persamaan normal kepada lengkung itu pada titik S , [3 markah]
the equation of the normal to the curve at point S , [3 marks]
- (d) koordinat titik pusingan bagi lengkung. Justifikasikan jawapan anda dengan menggunakan kaedah lakaran tangen. [4 markah]
the coordinates of turning point of the curve. Justify your answer by using the sketching of tangents method. [4 marks]

Jawapan / Answer:

Bahagian C
[20 markah]

Bahagian ini mengandungi **empat** soalan.
Jawab **dua** soalan

- 12** Suatu zarah bergerak di sepanjang garis lurus dan melalui titik tetap O , dengan halaju awal -6 ms^{-1} . Halajunya, $v \text{ ms}^{-1}$, diberi oleh $v = -m(t-2)^2 + 2$ dengan keadaan t ialah masa dalam saat.

A particle moves along a straight line and passes through a fix point O , with an initial velocity of -6 ms^{-1} . Its velocity, $v \text{ ms}^{-1}$, given by $v = -m(t-2)^2 + 2$ where is t , the time in seconds.

(a) Cari

Find

- (i) nilai m .
value of m
- (ii) masa dalam saat apabila zarah itu berhenti seketika.
time in seconds when the particle stops instantly.

[4 markah]

[4 marks]

- (b) Lakar graf halaju lawan masa bagi 5 saat pertama. Seterusnya, nyatakan julat t apabila zarah itu bergerak ke kiri.

Sketch a graph of velocity against time for the first 5 seconds. Hence, state the range of t when the particle is moving to the left.

[3 markah]

[3 marks]

- (c) Cari jarak, dalam m, yang dilalui oleh zarah itu ketika zarah mencapai halaju maksimum hingga saat ke 5.

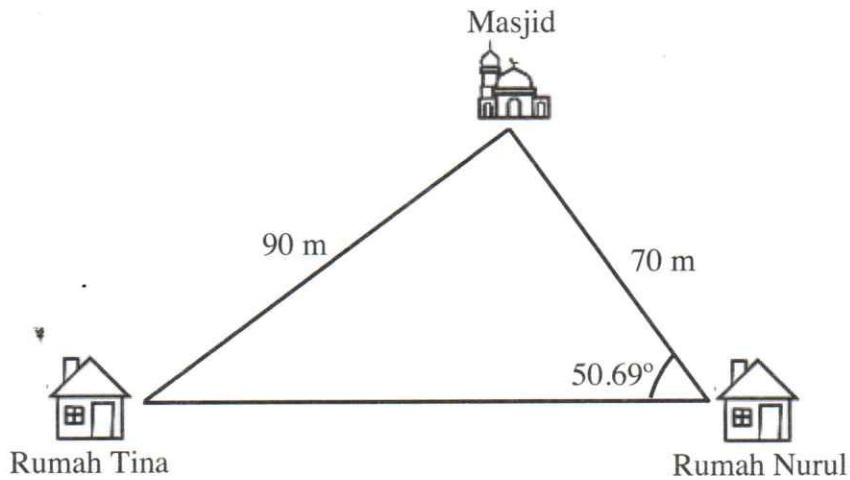
[3 markah]

Find the distance, in m, traveled by that particle when it reaches its maximum velocity up to the 5th second.

[3 marks]

- 13 Rajah 13 di bawah menunjukkan kedudukan rumah Tina, sebuah masjid dan rumah Nurul. Kedudukan ketiga-tiganya membentuk segitiga.

Diagram 13 shows the position of Tina's house, a mosque and Nurul's house. The position of the three forms a triangle.



Rajah 13
Diagram 13

- (a) Cari jarak di antara rumah Tina dengan rumah Nurul.

Find the distance between Tina's house and Nurul's house.

[4 markah]

[4 marks]

- (b) Nurul akan berpindah ke rumah baharu. Jarak antara rumah Tina dengan masjid serta sudut yang terbentuk antara masjid, rumah Tina dan rumah Nurul tidak berubah. Hitung jarak Rumah Tina dengan rumah baharu Nurul supaya hanya satu segitiga yang terbentuk.

Nurul will move to a new house. The distance between Tina's house and the mosque as well as the angle formed between the mosque, Tina's house and Nurul's house did not change. Calculate the distance between Tina's house and Nurul's new house so that only one triangle is formed.

[3 markah]

[3 marks]

- (c) Cari luas kawasan yang dibatasi oleh rumah lama Nurul, masjid dan rumah baharu Nurul.

[3 markah]

Find the area bounded by Nurul's house, mosque and new Nurul's house.

[3 marks]

- 14 Gunakan kertas graf untuk menjawab soalan ini.

Use a graph paper to answer this question.

Seorang pengusaha bot pelancongan menyediakan x perjalanan ke Pulau P dan y perjalanan ke Pulau Q setiap hari berdasarkan kekangan berikut:

A tour boat operator provides x trips to Island P and y trips to Island Q each day based on the following constraints:

- I Jumlah bilangan perjalanan yang disediakan tidak melebihi 14.

The total number of trips provided is not more than 14.

- II Bilangan perjalanan ke Pulau P tidak melebihi tiga kali bilangan perjalanan ke Pulau Q .

The number of trips to Island P is not more than three times the number of trips to Island Q .

- III Tambang perjalanan ke Pulau P dan Pulau Q masing-masing ialah RM60 dan RM30. Jumlah tambang yang diperoleh dalam sehari melebihi RM480.

The fare per trip to Island P and Island Q are RM60 and RM30. The total fare collected per day is more than RM480.

- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain daripada $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi semua kekangan yang diberi.

Write three inequalities, other than $x \geq 0$ and $y \geq 0$, which satisfy all the given constraints.

[3 markah]

[3 marks]

- (b) Menggunakan skala 2 cm kepada 2 perjalanan pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau R yang memenuhi semua kekangan yang diberi.

Using a scale 2 cm to 2 trips on both axes, construct and shade the region R that satisfies all the given constraints.

[3 markah]

[3 marks]

- (c) Menggunakan graf di 1(b), cari julat bilangan perjalanan ke Pulau Q jika 8 perjalanan disediakan ke Pulau P pada suatu hari tertentu.

Using the graph in 1(b), find the range of the number of trips to Island Q if 8 trips are provided to Island P on a certain day.

[1 markah]

[1 marks]

- (d) Pada graf yang sama, lukis fungsi objektif dan cari keuntungan maksimum yang diperoleh dalam sehari jika keuntungan bagi setiap perjalanan ke Pulau P dan Pulau Q masing-masing ialah RM30 dan RM20.

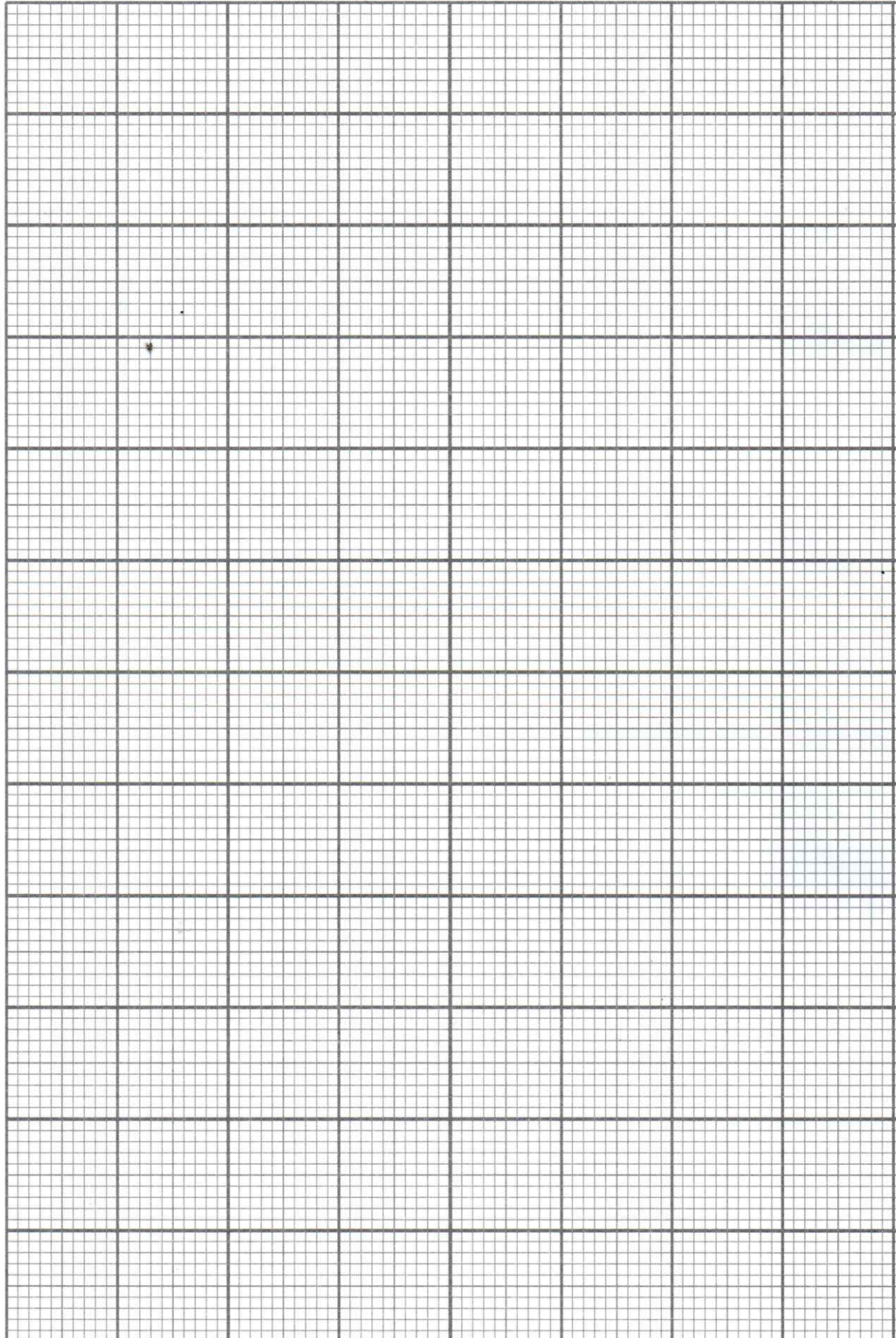
On the same graph, draw an objective function and find the maximum profit obtained per day if the profits from a trip to Island P and to Island Q are RM30 and RM20 respectively.

[3 markah]

[3 marks]

Jawapan / Answer:

Kertas graf untuk soalan 14



- 15 Jadual 15 menunjukkan harga, indeks harga dan peratusan bagi empat bahan A, B, C dan D yang digunakan untuk membuat sejenis kek.

Table 15 shows the prices, price indices and percentages of four ingredients A, B, C and D which are used in baking a type of cake.

Bahan <i>Ingredient</i>	Harga Seunit (RM) <i>Unit price (RM)</i>		Indeks harga pada tahun 2023 berasaskan tahun 2021 <i>Price index in the year 2023 based on the year 2021</i>	Peratusan <i>Percentage</i>
	Tahun 2021 <i>Year 2021</i>	Tahun 2023 <i>Year 2023</i>		
A	8.00	9.00	p	20
B	3.00	q	105	30
C	5.00	5.40	108	10
D	r	4.80	120	40

Jadual 15

Table 15

- (a) Cari nilai p , nilai q dan nilai r .
Find the value of p , of q and of r .

[3 markah]

[3 marks]

- (b) Hitung indeks gubahan bagi kos pembuatan kek itu pada tahun 2023 berasaskan tahun 2021.

Calculate the composite index for the cost of baking the cake in the year 2023 based on the year 2021.

[3 markah]

[3 marks]

- (c) Kos pembuatan kek itu pada tahun 2021 ialah RM43.00. Hitung kos yang sepadan pada tahun 2023.

The cost of baking the cake in the year 2021 was RM43.00. Calculate the corresponding cost in the year 2023.

[2 markah]

[2 marks]

- (d) Kos semua bahan dijangka meningkat sebanyak 10% dari tahun 2023 ke tahun 2025. Hitung indeks gubahan bagi kos pembuatan kek itu pada tahun 2025 berasaskan tahun 2021.

The cost of all the ingredients is expected to increase by 10% from the year 2023 to the year 2025. Calculate the composite index for the cost of baking the cake in the year 2025 based on the year 2021.

[2 markah]

[2 marks]

Jawapan / Answer: